Краснодарский край, Кущевский район, станица Кущевская
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа№ 30 им. Павлюченко И.В.

УТВЕРЖДЕНО
решением педагогического совета
протокол № 1 от 31 августа 2023 года
председатель педсовета
______________ П.А.Алексеев

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

по курсу «Математика в экономике»

Направление: интеллектуальное, математика и финансовая грамотность

Уровень образования (класс): 10-11 классы
Количество часов: 68 часов, 1 час в неделю

Учитель Лозовая Рита Николаевна

Программа разработана в соответствии с ФГОС СОО, на основе программы курса внеурочной деятельности «Математика в экономике» ФГБНУ Институт стратегии развития образования , М.2023 г.

Пояснительная записка

Реализация программы курса обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

Важной составляющей для обучающихся является овладение практическими навыками и умениями применять полученные знания в различных сферах, в том числе и в повседневной жизни, что необходимо для осуществления обучающимися взвешенного, самостоятельного выбора сферы своей будущей профессиональной деятельности. Ориентация на социально – экономические профессии требует экономического мышления, в немалой степени, основанного на специальных математических методах.

Программа курса предназначена для реализации в 10-11 классах. Данный курс в сочетании с программой курса математики способствует углубленному изучению и самой математики, и тех ее экономических приложений, которые в нем рассматриваются. Данный элективный курс развивает содержание математики, как одного из базовых учебных предметов, что позволяет поддерживать изучение смежных учебных предметов на профильном уровне и получить дополнительную подготовку для сдачи единого государственного экзамена по математике.

Курс имеет практическую направленность, формы занятий разнообразны: лекции, семинары, практикумы, деловые игры, защита и презентация проектов. При изучении курса для обучающихся предусмотрены большие возможности для самостоятельной работы, творческого подхода, исследовательской деятельности. Текущий контроль усвоения материала осуществляется по результатам выполнения обучающимися практических заданий на уроках и дома. Форма итогового контроля – тестирование и защита проекта.

Цели и задачи курса внеурочной деятельности «Математика в экономике»

Приоритетными целями изучения курса являются:

• развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся;

• познавательная активность, исследовательские умения, критичность мышления, интерес к изучению математики и экономики;

• формирование функциональной грамотности;

• формулирование экономических задач на языке математики и создание математических моделей, применение математического аппарата для решения экономических задач, интерпретация и оценивание полученных результатов;

• формирование у обучающихся целостной картины взаимосвязи экономики и математики;

• формирование и развитие компетенций обучающихся в области использования информационных технологий при решении экономических задач.

образовательные задачи:

• формирование у обучающихся понятия об экономико-математических методах;

• формирование умения применять математические методы к решению задач экономического содержания.

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «МАТЕМАТИКА В ЭКОНОМИКЕ» НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества; формирование личных мотивов для получения экономических и математических знаний и навыков; умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности; ценностное отношение к достижениям России в математике и экономике, использование этих достижений в сфере экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:
осознание духовных ценностей российского народа; сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений математики и экономики; способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально нравственные нормы и ценности; осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;
4) эстетического воспитания:
эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических и
экономических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, стремление проявлять качества творческой личности;
5) физического воспитания:
сформированность умения применять математические и экономические знания для создания здорового и безопасного образа жизни; ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим и отдыха, регулярная физическая активность), активное неприятие вредных привычек и иных форм причинения вреда физическому и психическому здоровью;
6) трудового воспитания:
готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении жизни; осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов с учетом особенностей современного рынка труда;формирование мотивации к эффективному труду и постоянному профессиональному росту;
7) экологического воспитания:
сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;
8) ценности научного познания:
сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития математики и экономики, понимание значимости математики и экономики для развития цивилизации, понимание языка социальноэкономической коммуникации; получение опыта самостоятельной исследовательской деятельности индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения внеурочного курса на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы познавательные универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, регулятивные универсальные учебные действия, совместная деятельность.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения **в 10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по программе курса внеурочной деятельности «Математика в экономике»:

Математические модели в экономике

оперировать понятиями: математическое моделирование, простые и сложные модели, функциональные модели (линейная балансовая модель экономики), динамические и статические модели;использовать математические модели в экономике.

Простые проценты в экономике

оперировать понятиями: простые проценты, задолженность, дисконтирующий множитель, дисконтные суммы, годовая учетная ставка, дисконтирование;

применять формулу простых процентов, применять формулу наращения простых процентов;
определять связи ставок процента и дисконта;
работать с финансовыми функциями для вычисления простых процентов в Microsoft Excel.
Сложные проценты в экономике
оперировать понятием сложные проценты;
применять формулу сложных процентов, применять формулу наращения сложных процентов;
сравнивать коэффициенты наращения простых и сложных процентов;определять связи ставок процента и дисконта;
работать с финансовыми функциями для вычисления сложных процентов в Microsoft Excel.
Рентабельность и производительность трудаоперировать понятиями: рентабельность, прибыль, облагаемая налогом,
формы прибыли, себестоимость производства, налог на прибыль, производительность труда;
определять эффективность производства, используя показатель производительности труда, изменения производительности труда; работать с формулами в Microsoft Excel.
К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие
предметные результаты по программе курса внеурочной деятельности «Математика в экономике»:
Задачи на оптимизацию распознавать задачи на оптимизацию, применять общий алгоритм решения задач на оптимизацию;
использовать метод перебора вариантов, метод логических рассуждений, исследование функций элементарными методами для решения задач на оптимизацию.
Системы уравнений и рыночное равновесие оперировать понятиями: спрос, предложение, рыночное равновесие;
использовать законы спроса и предложения для решения экономических задач;
использовать линейные, нелинейные уравнения и системы уравнений для нахождения рыночного равновесия.
Функции в экономике использовать линейную, квадратичную и дробно-линейную функции в экономике;
оперировать понятиями: функция полезности, производственная функция, функция выпуска, функция издержек, функция спроса, функция предложения, функция потребления;
применять производную при исследовании экономических функций; исследовать экономические функции в Microsoft Excel;
применять свойства функций и производную при решении задач на оптимальные затраты, оптимальный объем выпуска продукции, оптимальную численность работников, оптимальную производительность труда, предельные издержки производства.
Применение определенного интеграла для решения экономических задач:
оперировать понятиями: издержки производства, среднее время изготовления изделия, дисконтированная стоимость денежного потока;
определять объем продукции по известной функции производительности труда или производственной функции;
применять определенный интеграл для решения экономических задач в Microsoft Excel

2. Содержание программы

1. Метод математических моделей

*Понятие о математических моделях***.** Определение математического моделирования. Этапы моделирования. Схема процесса математического моделирования. Для чего нужны модели. Простые и сложные модели. Примеры математических моделей.
Математические модели в экономике. Использование математических моделей современной экономике. Функциональные модели (линейная модель экономики). Динамические и статические модели. Особенность моделирования экономических процессов. Математические модели социальных процессов. Агрегирование – составление модели экономики сложного объекта. Примеры экономических моделей. Создание математической модели для экономики какой-либо области.

2.Функции в экономике

Понятие о функции. Откуда берутся функции в экономике? Функция. Область определение и область значений функции. Способы задания функций. Функции, которые постоянно используются при изучении экономических процессов.
Функции в экономике. Спрос и кривая спроса. Предложение и кривая предложения. Исследование графиков функций спроса и предложения.
Решение задач на нахождение функции суммарного спроса. Практическое занятие по решению задач.
Графические задачи в экономике. Изменение рыночного равновесия при различных сдвигах кривой спроса. Изменение рыночного равновесия при различных сдвигах кривой предложения. Политическое ценообразование. Исследование взаимосвязи рынков на качественном уровне.

3. Проценты и банковские расчеты

Простые проценты и арифметическая прогрессия. Банк – финансовый посредник между вкладчиками и заемщиками. Вклады. Кредиты. Простые проценты. Годовая процентная ставка. Формула простых процентов. Коэффициент наращения простых процентов. Расчет величины вклада под простые проценты через несколько лет.
Начисление простых процентов за часть года. Российская, германская и французская практика начисления простых процентов за часть года. Формулы для расчетов. Процентная ставка за месяц и день. Деловая игра. Мой счет в банке под простые проценты.
Ежегодное начисление сложных процентов. Основные характеристики: начальный вклад, годовая ставка, срок хранения, окончательная величина вклада. Изменение количества денег на счете вкладчика в зависимости от числа лет, которые вклад находился в банке.
Многократное начисление процентов в течение одного года. Число е. Как изменяется счет вкладчика, если проценты начисляются несколько раз в течение года. Если банк выплачивает 100 % годовых. Догадка хитрого вкладчика (начисление процентов на вклад через полугодие). Многократное начисление процентов в течение одного года. Число ***е***. Методы борьбы банков с догадливыми вкладчиками. Сколько денег будет на счете в конце года, если годовая процентная ставка отлична от 100%?
Многократное начисление процентов и в течение нескольких лет. Формулы для расчета сложных процентов. Общий и частные случаи начисления процентов банком. Многократное начисление сложных процентов в течение нескольких лет. Вычисление по формуле сложных процентов**.**
Начисление процентов при нецелом промежутке времени. Изменяющиеся процентные ставки. Два способа начисления процентов при нецелом промежутке времени. Период удвоения. Изменяющиеся процентные ставки. Применение банком "плавающих" ставок процентов.
*Выбор банком годовой процентной ставки***.** Неравенство Я. Бернулли. Годовые и полугодовые ставки банка. Что выгоднее вкладчику, то банку явно не выгодно. Необходимые расчеты, чтобы не было незапланированных расходов банков. Деловая игра. Мой банк принимает вклады на 3 месяца и не терпит убытков от четырехкратного переоформления вклада. Деловая игра «Мой банк». Решение задач, связанных с начислением простых и сложных процентов, встречающихся в ряде художественных произведений, исторических документах.

4. Стоимость платежей

Понятие о дисконтировании. Понятие о дисконтировании. Основная проблема, связанная с дисконтированием. Некоторые частные случаи этой задачи. Решение обратной задачи. Дисконтирующий (дисконтный) множитель. Процент, по которому вычисляется дисконтирующий множитель.
Современная стоимость потока платежей. Современная стоимость платежа. Общий случай (платежи в конце года). Как рассчитать максимально целесообразную сумму платежей. Примеры и задачи. Определение сегодняшней стоимости потока платежей.
Бессрочная рента и сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Определение ренты. Бессрочная рента в экономике – в математике говорят о бесконечном потоке платежей. Геометрическая прогрессия. Сегодняшняя стоимость бессрочной ренты. Задача о "проедании" вклада.

5. Банковская система

Как банки "создают" деньги. Обязательные резервы банка. Избыточные или свободные резервы. Предельная величина суммарного кредита системы банков при неограниченном количестве банков. Математическая модель позволяет найти предельные, потенциальные возможности банковской системы.
Понятие о мультипликаторе. Определение мультипликатора. Величина мультипликатора зависит от ставки резервных требований Центрального банка. Характеристики системы банков. Определение ставки обязательных резервов.
*Изменение величины суммарного кредитования***.** Связь между ставкой обязательных резервов и суммарной величиной кредитов системы банков. Изменение величины суммарного кредитования. Определение исходной ставки обязательных резервов.
6. Расчеты заемщика с банком
Банки и деловая активность предприятий. Различные способы расчета банка со своими вкладчиками. Кредиты (ссуды, займы), выдаваемые заемщику банком на определенный срок. Различные способы расчета заемщика с банком за взятые у банка кредиты. *Равномерные выплаты заемщика банку.* Величина кредита, выданного банком заемщику. Годовая ставка банка. Срок кредита. Промежуток между выплатами. Равномерные выплаты заемщика банку. Определение величины равных платежей и дохода банка. *Консолидированные платежи.* Объединение, замена нескольких платежей одним платежом. Консолидированные платежи. Уравнение эквивалентности процентных ставок при дисконтировании и применение его при решении задач.
7. Налоги
Государственный бюджет. Доходы и расходы государства. Дефицит (профицит) государственного бюджета. Общественные блага. Определение оптимального объема производства общественного блага.
Налоги. Виды налогов. Налоговые льготы. Прямые и косвенные налоги. НДС, налог с продаж, акциз, налог на прибыль. Воздействие налогов на рыночное равновесие. Налоговые льготы.
Налоговые ставки. Расчет налоговых ставок. Твердые и долевые налоговые ставки. Правила расчетов налогов. Распределение налогового бремени.
Понятие о прогрессивном, пропорциональном и регрессивном налогах. Понятие прогрессивного пропорционального и регрессивного налогов. Правила расчетов налогов по прогрессивной шкале налогообложения.
Кривая Лаффера. Зависимость увеличения налоговой ставки и поступления в государственный бюджет. Эффект Лаффера.
8. Практикум по решению задач, подведение итогов
Решение задач по темам, рассмотренным на курсе. Итоговое тестирование. Защита проектов.
9. Экономико-математические модели
Простейшие задачи на проценты. Определение математического моделирования. Этапы моделирования. Схема процесса математического моделирования. Переход от текста задачи к построению соответствующей математической модели. Решение опорных задач на проценты.
10. Производство, рентабельность и производительность труда
О проблемах экономической теории. Проблема эффективного использования «редких ресурсов». Прогноз отдаленных последствий принимаемых сегодня экономических решений. Объединение экономических теорий, математических методов и проблем производства в поисках наилучших вариантов путей и прогнозов экономического поведения.
11. Деньги и инфляция
Инфляция. Инфляция, её причины. Темпы инфляции. Индекс инфляции.
Рост цен и обесценивание денег. Расчеты доходов, расходов и сбережений с учетом инфляции. Расчет доходов с учетом инфляции.
Исследование роста/снижения покупательной способности средней месячной заработной платы по субъектам РФ.

12. Максимумы и минимумы в экономических задачах
Максимумы и минимумы в экономических задачах. Применение производной для решения задач. Максимизация прибыли, минимизация убытков. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике
13. Сюжетные задачи, подведение итогов
Задачи о вкладах. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике.
Задачи о кредитах. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике.
Торгово – денежные отношения. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике.
Курсы валют. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике.
Инфляционные процессы. Решение открытого банка заданий ЕГЭ по математике. Формы организации внеурочной деятельности: лекции, семинары, практикумы, защита и презентация проектов, итоговое тестирование

3. Календарно – тематическое планирование 10 класс
Всего – 34часа, 1 час в неделю

п\п	Название темы	Кол-во часов	Дата проведения
1.	**Метод математическое моделирование**	**2ч**	
1.1	Понятие о математическом моделировании	1ч	
1.2	Математические модели в экономике.	1ч	
2.	**Функции в экономике**	**5ч**	
2.1	Понятие о функции. Откуда берутся функции в экономике.	1ч	
2.2	Функции в экономике.	1ч	
2.3	Функции спроса и предложения	1ч	
2.4	Решение задач на нахождение функций суммарного спроса.	1ч	
2.5	Графические задачи в экономике	1ч	
3.	**Проценты и банковские расчеты**	**8ч**	
3.1	Простые проценты и арифметическая прогрессия.	1ч	
3.2	Начисление простых процентов за часть года.	1ч	
3.3	Ежегодное начисление сложных процентов.	1ч	
3.4	Многократное начисление процентов в течение одного года. Число *е*.	1ч	
3.5	Многократное начисление процентов и в течение нескольких лет.	1ч	
3.6	Начисление процентов при нецелом промежутке времени.	1ч	
3.7	Выбор банком годовой процентной ставки.	1ч	
3.8	Деловая игра «Мой банк»	1ч	
4.	**Стоимость платежей**	**3ч**	
4.1	Понятие о дисконтировании.	1ч	
4.2	Современная стоимость потока платежей.	1ч	
4.3	Бессрочная рента и сумма бесконечной геометрической прогрессии.	1ч	

5.	**Банковская система**	**3ч**	
5.1	Как банки «создают деньги»	1ч	
5.2	Понятие о мультипликаторе	1ч	
5.3	Изменение величины суммарного кредитования	1ч	
6.	**Расчеты заемщика с банком**	**3ч**	
6.1	Банки и деловая активность предприятий.	1ч	
6.2	Равномерные выплаты заемщика банку.	1ч	
6.3	Консолидированные платежи.	1ч	
7.	**Налоги**	**5ч**	
7.1	Государственный бюджет	1ч	
7.2	Налоги. Виды налогов. Налоговые льготы.	1ч	
7.3	Налоговые ставки. Расчет налоговых ставок.	1ч	
7.4	Понятие о прогрессивном, пропорциональном и регрессивном налогах	1ч	
7.5	Кривая Лаффера	1ч	
8.	**Практикум по решению задач, подведение итогов**	**6ч**	
8.1	Решение экономических задач	1ч	
8.2	Итоговое тестирование	1ч	
8.3	Анализ теста. Решение экономических задач	1ч	
8.4	Защита проектов	2ч	
8.5	Подведение итогов курса «Математика в экономике»	1ч	

11 КЛАСС 34 часа			**Дата**
9.	**Экономико-математические модели**	**7ч**	
9.1	Простейшие задачи на проценты.	2ч	
9.2	Пропорциональное деление величины.	1ч	
9.3	Процентное изменение величины.	1ч	
9.4	Проценты и соотношения между величинами.	1ч	
9.5	Формула простых процентов.	1ч	
9.6	Формула сложных процентов.	1ч	
10.	**Производство, рентабельность и производительность труда**	**4ч**	
10.1	О проблемах экономической теории.	1ч	
10.2	Рентабельность и вычисление налогов на прибыль.	1ч	
10.3	Производительность труда.	1ч	
10.4	Производительность труда.	1ч	
11.	**Деньги и инфляция**	**3ч**	
11.1	Инфляция.	1ч	
11.1	Валютные курсы.	1ч	
11.3	Деньги и инфляция.	1ч	

12.	**Максимумы и минимумы в экономических задачах**	**3ч**	
12.1	Максимумы и минимумы в экономических задачах.	3ч	
13.	**Сюжетные задачи, подведение итогов**	**17ч**	
13.1	Задачи о вкладах.	3ч	
13.2	Задачи о кредитах.	3ч	
13.3	Торгово – денежные отношения.	3ч	
13.4	Курсы валют.	3ч	
13.5	Итоговое тестирование.	1ч	
13.6	Анализ теста. Решение экономических задач.	1ч	
13.7	Защита проектов.	2ч	
13.8	Подведение итогов курса «Математика в экономике».	1ч	

Требования к уровню подготовки обучающихся

В результате изучения элективного учебного курса "Математика в экономике» обучающиеся должны

Знать и понимать:

- экономическую теорию, ее проблемы и закономерности;
- природу и сущность рассматриваемых экономических процессов;
- основные законы экономики;
- основные формулы решения задач по экономике;
- математические методы решения экономических задач;
- экономические тенденции, происходящие в нашей стране и во всем мире.

Уметь:

- исследовать и анализировать конкретные задачи и ситуации;
- правильно применять математические методы в решении экономических задач;
- применять экономические законы и формулы при решении задач по математике;
- находить алгоритмы оптимального пути решения поставленной задачи;
- работать в группах и руководить ими.

Приложение 1.

Решение задач на проценты

Один процент – это одна сотая доля числа. Математическими знаками один процент записывается так: 1%.

Определение одного процента можно записать равенством: 1 % = 0,01 • а
5%=0,05, 23%=0,23, 130%=1,3 и т. д.

Как найти 1% от числа?

Раз 1% это одна сотая часть, надо число разделить на 100. Деление на 100 можно заменить умножением на 0,01. Поэтому, чтобы найти 1% от данного числа, нужно умножить его на 0,01. А если нужно найти 5% от числа, то умножаем данное число на 0,05 и т.д.

Пример. Найти: 25% от 120.

Решение:

1. 25% = 0,25;
2. 120 . 0,25 = 30.

Ответ: 30.

> **Правило 1. Чтобы найти данное число процентов от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту десятичную дробь.**

Пример. Токарь вытачивал за час 40 деталей. Применив резец из более прочной стали, он стал вытачивать на 10 деталей в час больше. На сколько процентов повысилась производительность труда токаря?

Решение:

Чтобы решить эту задачу, надо узнать, сколько, процентов составляют 10 деталей от 40. Для этого найдем сначала, какую часть составляет число 10 от числа 40. Мы знаем, что нужно разделить 10 на 40. Получится 0,25. А теперь запишем в процентах – 25%.

Ответ: производительность труда токаря повысилась на 25%.

> **Правило 2. Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, нужно разделить первое число на второе и полученную дробь записать в виде процентов.**

Пример. При плановом задании 60 автомобилей в день завод выпустил 66 автомобилей. На сколько процентов завод выполнил план?

Решение:

66 : 60 = 1,1 - такую часть составляют изготовленные автомобили от количества автомобилей по плану. Запишем в процентах =110%.

Ответ: 110%.

Пример. Бронза является сплавом олова и меди. Сколько процентов сплава составляет медь в куске бронзы, состоящем из 6 кг олова и 34 кг меди?

Решение:

1. 6+ 34 =40 (кг) – масса всего сплава.
2. 34 : 40 = 0,85 = 85 (%) – сплава составляет медь.

Ответ: 85%.

Пример. Слонёнок за весну похудел на 20%, потом поправился за лето на 30%, за осень опять похудел на 20% и за зиму прибавил в весе на 10%. Остался ли за этот год его вес прежним? Если изменился, то на сколько процентов и в какую сторону?

Решение:

1. 100 – 20 = 80 (%) – после весны.
2. 80 + 80 • 0,3 = 104 (%) – после лета.
3. 104 – 104 • 0,2 = 83,2 (%) – после осени.
4. 83,2 + 83,2 • 0,1 = 91,52 (%) – после зимы.

Ответ: похудел на 8,48%.

Пример. Оставили на хранение 20 кг крыжовника, ягоды которого содержат 99% воды. Содержание воды в ягодах уменьшилось до 98%. Сколько крыжовника получится в результате?

Решение:

1. 100 – 99 = 1 (%) = 0,01 – доля сухого вещества в крыжовнике сначала.
2. 20 • 0,01 = 0,2 (кг) – сухого вещества.
3. 100 – 98 = 2 (%) = 0,02 – доля сухого вещества в крыжовнике после хранения.
4. 0,2 : 0,02 = 10 (кг) – стало крыжовника.

Ответ: 10 кг.

Пример. Что произойдет с ценой товара, если сначала ее повысить на 25%, а потом понизить на 25%?

Решение:

Пусть цена товара х руб., тогда после повышения товар стоит 125% прежней цены, т.е. 1,25х, а после понижения на 25% , его стоимость составляет 75% или 0, 75 от повышенной цены, т.е.

0,75 •1,25х= 0,9375х,

тогда цена товара понизилась на 6, 25 %, т.к.

х - 0,9375х = 0,0625х;

0,0625 • 100% = 6,25%

Ответ: первоначальная цена товара снизилась на 6,25%.

> **Правило 3. Чтобы найти процентное отношение двух чисел А и В, надо отношение этих чисел умножить на 100%, то есть вычислить (А : В) • 100%.**

Пример. Найти число, если 15% его равны 30.

Решение:

1. 15% = 0,15;
2. 30 : 0,15 = 200.

Или

х - данное число;

0,15 • х = 300;

х = 200.

Ответ: 200.

Пример. Из хлопка-сырца получается 24% волокна. Сколько надо взять хлопка-сырца, чтобы получить 480кг волокна?

Решение:

Запишем 24% десятичной дробью 0,24 и получим задачу о нахождении числа по известной ему части (дроби).

480 : 0,24= 2000 кг = 2 т

Ответ: 2 т.

Пример. Сколько кг белых грибов надо собрать для получения 1 кг сушеных, если при обработке свежих грибов остается 50% их массы, а при сушке остается 10% массы обработанных грибов?

Решение:

1 кг сушеных грибов – это 10% или 0, 01 часть обработанных, т.е.

1 кг : 0,1=10 кг обработанных грибов, что составляет 50% или 0,5 собранных грибов, т.е.

10 кг : 0,05=20 кг.

Ответ: 20 кг.

Пример. Свежие грибы содержали по массе 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

Решение:

1. 22 • 0,1 = 2,2 (кг) - грибов по массе в свежих грибах; (0,1 это 10% сухого вещества);
2. 2,2 : 0,88 = 2,5 (кг) - сухих грибов, получаемых из свежих (количество сухого вещества не изменилось, но изменилось его процентное содержание в грибах и теперь 2,2 кг это 88% или 0,88 сухих грибов).

Ответ: 2,5 кг.

> **Правило 4. Чтобы найти число по данным его процентам, надо выразить проценты в виде дроби, а затем значение процентов разделить на эту дробь.**

В задачах на банковские расчёты обычно встречаются простые и сложные проценты. В чём же состоит разница простого и сложного процентного роста? При простом росте процент каждый раз исчисляется, исходя из начального значения, а при сложном росте он исчисляется из предыдущего значения. При простом росте 100% – начальная сумма, а при сложном 100% каждый раз новые и равны предыдущему значению.

Пример. Банк платит доход в размере 4% в месяц от величины вклада. На счет положили 300 тысяч рублей, доход начисляют каждый месяц. Вычислите величину вклада через 3 месяца.

Решение:

1. 100 + 4 = 104 (%) = 1,04 – доля увеличения вклада по сравнению с предыдущим месяцем.
2. 300 • 1,04 = 312 (тыс. р) – величина вклада через 1 месяц.
3. 312 • 1,04 = 324,48 (тыс. р) – величина вклада через 2 месяца.
4. 324,48 • 1,04 = 337,4592 (тыс. р) = 337 459,2 (р)-величина вклада через 3 месяца.

Или можно пункты 2-4 заменить одним, повторив с детьми понятие степени: 300•1,043 =337,4592(тыс. р) = 337 459,2 (р) – величина вклада через 3 месяца.

Ответ: 337 459,2 рубля

Пример. Вася прочитал в газете, что за последние 3 месяца цены на продукты питания росли в среднем на 10% за каждый месяц. На сколько процентов выросли цены за 3 месяца?

Пример. Деньги, вложенные в акции известной фирмы, приносят ежегодно 20% дохода. Через сколько лет вложенная сумма удвоится?

Далее в 6 классе решают подобного типа задачи уже с применением пропорции. На эту базу знаний и опираются, готовя учеников к итоговым экзаменам в 9 и 11 классах.

Решение задач на кредиты

1. 31 декабря 2014 года Аристарх взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Аристарх переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Аристарх выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Конечно, это задача первого типа. Есть информация о платежах. В условии сказано, что Аристарх выплатит долг четырьмя равными платежами.

Введем обозначения:

S=6902 тыс. рублей - сумма долга. Расчеты будем вести в тысячах рублей.

p=12,5% - процент банка,

k=1+p100=1+1251000=1+18=98- коэффициент, показывающий, во сколько раз увеличилась сумма долга после начисления процентов,

X — сумма ежегодного платежа.

Составим схему погашения кредита. Заметим, что здесь 4 раза (то есть в течение 4 лет) повторяются одни и те же действия:

- сумма долга увеличивается в k раз;

- Аристарх вносит на счет сумму X в счет погашения кредита, и сумма долга уменьшается на X.

Вот что получается:

$(((S\cdot k-X)\cdot k-X)\cdot k-X)\cdot k-X$=0.

Раскроем скобки:

$Sk4-X(k3+k2+k+1)$=0.

Что у нас в скобках? Да, это геометрическая прогрессия, и ее проще записать как

$1+k+k2+k3$. В этой прогрессии первый член равен 1, а каждый следующий в k раз больше предыдущего, то есть знаменатель прогрессии равен k.
Применим формулу суммы геометрической прогрессии:
$Sk4=X\cdot k4-1k-1=0$. И выразим из этой формулы X.
$X=S\cdot k4(k-1)k4-1$. Что же, можно подставить численные данные. Стараемся, чтобы наши вычисления были максимально простыми. Поменьше столбиков! Например, коэффициент k лучше записать не в виде десятичной дроби 1,125 — а в виде обыкновенной дроби 98, Иначе у вас будет 12 знаков после запятой!
И конечно, не спешить возводить эту дробь в четвертую степень или умножать на S = 6902000 рублей.
$X=S\cdot k4(k-1)k4-1=S\cdot 94(98-1)84\cdot(9484-1)=S\cdot 948\cdot(94-84)=S\cdot 948\cdot(92-82)(92+82)=S\cdot 948\cdot(9+8)(92+82)=$
$=6902\cdot 8128\cdot 17\cdot 145=406\cdot 8128\cdot 145=203\cdot 8124\cdot 145=29\cdot 7\cdot 8124\cdot 29\cdot 5=2296{,}35$ тыс.руб.
Ответ: 2296350 рублей.
Вот следующая задача.
2. Жанна взяла в банке в кредит 1,8 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 1 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?
В этой задаче сумма долга уменьшается равномерно — задача второго типа.
Пусть S — первоначальная сумма долга, S = 1800 тысяч рублей.
Нарисуем схему начисления процентов и выплат. И заметим некоторые закономерности.
Как обычно, $k=1+p100$.

Сумма долга уменьшается равномерно. Можно сказать — равными ступеньками. И каждая ступенька равна $124S$. После первой выплаты сумма долга равна $2324S$, после второй $2224S$.
Тогда первая выплата $X1=kS-2324S$, вторая выплата$X2=k\cdot 2324S-2224S$,
…
Последняя в году выплата $X12=k\cdot 1324S-1224S$.
Сумма всех выплат в течение первого года:
$X=X1+X2+\cdots+X12=kS(1+2324+\ldots 1324)-S(2324+2224+\cdots+1224)$.
В первой «скобке» — сумма 12 членов арифметической прогрессии, в которой $a1=1324;an=2424=1$. Обозначим эту сумму $S1$.
$S1=a1+a122\cdot 12=13+242\cdot 24\cdot 12=374$.
Во второй скобке — также сумма 12 членов арифметической прогрессии, в которой $b1=1224;bn=2324$. Эту сумму обозначим $S2$.
$S2=b1+b122\cdot 12=12+232\cdot 24\cdot 12=354$.
Общая сумма выплат за год:
$X=S(kS1-S2)=18004(1{,}01\cdot 37-35)=$
$=1800\cdot 2{,}374=2{,}37\cdot 450=1066{,}5$ тыс. рублей.
Ответ: 1066500 рублей.
Еще одна задача — комбинированная. Здесь мы рисуем такую же схему выплаты кредита, как в задачах второго типа.
3. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
− каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
− в июле 2017, 2018 и 2019 долг остаётся равным S тыс. рублей;
− выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 625 тыс. рублей;

− к июлю 2021 долг будет выплачен полностью.
Найдите общую сумму выплат за пять лет.
Введем переменные: k=1+25100=54,Y=625 тысяч рублей. Рисуем схему погашения кредита:

Общая сумма выплат: X=3⋅(kS−S)+2Y=3S(k−1)+2Y. Кроме того, долг был полностью погашен последней выплатой Y.
Это значит, что k(kS−Y)=Y, и тогда
S=(k+1)Yk2X=3⋅(k+1)Yk2(k−1)+2Y=3y(k2−1k2)+2Y=
=Y(5−3k2)=625(5−3⋅1625)=625⋅7725=77⋅25=1925 тысяч рублей.
Ответ: 1925 тыс. рублей.
Но не только задачи на кредиты и вклады могут встретиться в задании 15 Профильного ЕГЭ по математике. Есть еще задачи на оптимальный выбор. Например, нужно найти максимальную прибыль (при соблюдении каких-либо дополнительных условий), или минимальные затраты. Сначала в такой задаче нужно понять, как одна из величин зависит от другой (или других). Другими словами, нужна та функция, наибольшее или наименьшее значение которой мы ищем. А затем — найти это наибольшее или наименьшее значение. Иногда — с помощью производной. А если повезет и функция получится линейная или квадратичная — можно просто воспользоваться свойствами этих функций.
4. Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары—стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.

Вид тары	**Себестоимость, 1 центнера**	**Отпускная цена, 1 центнера**
стеклянная	*1500 руб*	*2100 руб*
жестяная	*1100 руб*	*1750 руб*

Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).
По условию, завод не может выпускать компот только в стеклянных банках или только в жестяных — должны быть и те, и другие.
Пусть x — доля мощностей завода, занятых под поизводство компотов в стеклянных банках, а y — доля мощностей, занятых под производство компотов в жестяных банках, Тогда x+y=1. (Например, x=0,3 и y = 0,7 — то есть 30% производства — это компот в стеклянных банках, а 70% - компот в жестяных банках).
Если бы завод выпускал только компот в стеклянных банках, их бы получилось 90 центнеров в сутки. Однако выпускаются и те, и другие, и компотов в стеклянных банках производится 90x центнеров, а в жестяных банках - 80y центнеров в сутки.
Составим таблицу.

Вид тары	**Доля в общем количестве**	*Производится в сутки*	**Прибыль за 1 центнер**
стеклянная	x	*90*x	*2100 - 1500 = 600 руб*
жестяная	y	*80*y	*1750 - 1100 = 650 руб*

Общая прибыль завода за сутки равна $600\cdot 90x+650\cdot 80y=54000x+52000y=2000(27x+26y)$.
По условию, $90x\geq 20$ и $80y\geq 20$, то есть $x\geq 29$ и $y\geq 14$.
Нужно найти наибольшее значение выражения $2000\cdot(27x+26y)$ при выполнении следующих условий:
$\{x+y=129\leq x$\textless1,14$\leq y$\textless1$\Leftrightarrow\{y=1-x29\leq x\leq 34$.
Подставим $y=1-x$ в выражение для прибыли завода за сутки. Получим, что она равна $2000\cdot(27x+26(1-x))=2000(26+x)$. Это линейная функция от x. Она монотонно возрастает и свое наибольшее значение принимает при $x=34$. Тогда $y=14$ и максимально возможная прибыль завода за день равна
$2000\cdot(27\cdot 34+26\cdot 14)=2000\cdot 1074=53500$ руб.
Ответ: 53500 руб.